

Chapitre 04 : Fractions, livre p.38.

Je vais apprendre à:

- Comparer des nombres en écriture fractionnaire, utiliser les "produits en croix" (socle 6)
- Additionner, soustraire, multiplier des nombres en écritures fractionnaires (socle 6), en déterminer l'inverse et diviser par un nombre en écriture fractionnaire.
- Résoudre des problèmes qui utilisent des nombres en écriture fractionnaire (socle 6)

I. Définition. propriétés fondamentales.

On considère dans ce chapitre des nombres en écriture fractionnaire.

Le trait de fraction représente une division (par exemple $\frac{5}{7}=5\div 7$), mais on ne l'effectue JAMAIS, sauf si le résultat est un nombre entier (si « ça tombe pile »).

Définition 1 : Considérons un nombre en écriture fractionnaire. On a :

..... numérateur

..... dénominateur

Lorsque le numérateur et le dénominateur sont des nombres entiers, on dit que l'écriture fractionnaire est une fraction.

Rappel : On peut toujours écrire un nombre entier sous forme de fraction, par exemple $12 = \frac{12}{1}$.

Attention, quand on écrira des calculs entre fractions, on écrit le trait de fraction sur la ligne, le signe « = » à cheval sur la ligne, et les signes d'opérations sur la ligne.

Exemple : $\frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{5}{6} = \frac{1}{3}$; ÷ ; ×.

Propriété 1 : Soit une fraction.

On a le droit de multiplier ou de diviser son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul : cela ne change pas la valeur de la fraction.

Exemple : $\frac{1}{2}=0,5$; je multiplie son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

(choisissez un nombre non nul)

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times \dots}{2 \times \dots} = \frac{\dots}{\dots} ; \quad \frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \dots = \frac{50}{100}.$$

0,5 0,5 0,5

Il y a une infinité de façons d'écrire la fraction $\frac{1}{2}$.

Application : transformer une écriture fractionnaire en fraction : $\frac{1,9}{2,72} = \frac{1,90}{2,72} = \frac{1,90 \times 100}{2,72 \times 100} = \frac{190}{272}$

II. Comparaison. addition et soustraction de fractions.

Attention !!! On ne peut comparer, additionner ou soustraire que des fractions qui ont le même dénominateur. (Pour obtenir le même dénominateur, on utilise la Propriété 1.)

Propriété 2 : Comparer deux fractions qui ont le même dénominateur.

Si deux fractions ont le même dénominateur, la plus grande des deux est celle qui a le plus grand numérateur.

Exemple : $\frac{5}{7} \geq \frac{3}{7}$ car $5 \geq 3$.

Propriété 3 : Additionner ou soustraire deux fractions qui ont le même dénominateur.

Pour additionner deux fractions qui ont le même dénominateur, on additionne leurs numérateurs et on garde le dénominateur qu'elles avaient : $\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{a+b}{d}$.

Pour soustraire deux fractions qui ont le même dénominateur, on soustrait leurs numérateurs et on garde le dénominateur qu'elles avaient : $\frac{a}{d} - \frac{b}{d} = \frac{a-b}{d}$.

Retenir : pour + et -, on ne fait l'opération « que en haut ».

Exemples :

$$\frac{4}{17} + \frac{6}{17} = \frac{4+6}{17} = \frac{10}{17}.$$

$$\frac{54}{8} - \frac{26}{8} = \frac{54-26}{8} = \frac{28}{8}.$$

III. Multiplication de fractions.

Avec des fractions, la multiplication est plus facile que l'addition et la soustraction : on n'a pas besoin que les deux fractions aient le même dénominateur.

Propriété 4 : Pour multiplier deux fractions, on multiplie leurs numérateurs entre eux et leurs dénominateurs entre eux : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$.

Exemple : $\frac{12}{5} \times \frac{7}{41} = \frac{12 \times 7}{5 \times 41} = \frac{84}{205}$.

IV. Division de fractions.

Définition 2 : L'inverse d'une fraction s'obtient en inversant son numérateur et son dénominateur :

l'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$.

Exemple : l'inverse de $\frac{2}{3}$ est $\frac{3}{2}$. L'inverse de $5 = \frac{5}{1}$ est $\frac{1}{5}$.

Propriété 5 : Pour diviser une fraction par une autre, on multiplie la première fraction par l'inverse de la deuxième fraction : $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$.

Attention : **On n'inverse que la deuxième fraction !**

Exemple : $\frac{5}{12} \div \frac{16}{3} = \frac{5}{12} \times \frac{3}{16} = \frac{5 \times 3}{12 \times 16} = \frac{15}{192} = \frac{5}{64}$.

Remarque : Toutes les règles de calcul ci-dessus sont valables si le numérateur et/ou le dénominateur n'est pas un nombre entier, mais un nombre décimal.

Par exemple, on a : $\frac{2,9}{4,2} \times \frac{3}{5} = \frac{2,9 \times 3}{4,2 \times 5} = \frac{8,7}{21}$.

V. Fractions égales : les produits en croix.

Voici un critère extrêmement utile qui permet de démontrer que deux fractions sont (ou ne sont pas) égales.

Propriété 6 : Soient a, b, c, d des nombres tels que $b \neq 0$ et $d \neq 0$.

Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, alors $a \times d = c \times b$.

Réciproquement, si $a \times d = c \times b$, alors $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Remarque : on a aussi :

Si $\frac{a}{b} \neq \frac{c}{d}$, alors $a \times d \neq c \times b$.

Réciproquement, si $a \times d \neq c \times b$, alors $\frac{a}{b} \neq \frac{c}{d}$.